Fiche 1 : La magie d'un carré

Matériel nécessaire : *jeu de 52 cartes, papier, ciseaux, ruban adhésif.*
Public visé : *écoliers ou collégiens.*
Concepts clés : *liens entre carrés gréco-latins et carrés magiques.*

Le déroulement du tour

Le magicien trace un carré 4 × 4 sur une feuille de papier, les seize cases ayant la taille adaptée pour recevoir seize cartes d'un jeu de cartes à jouer.
Il met ensuite au défi le spectateur de remplir ces cases par les 4 as, les 4 valets, les 4 dames et les 4 rois de façon que chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale ne contienne qu'une fois chaque valeur (as, roi, dame, valet) et chaque couleur (carreau, trèfle, pique, cœur).

Le magicien à l'épreuve
Le magicien demande au spectateur de lui donner un nombre compris entre 34 et 100 et, sans voir les cartes, lui dicte des nombres à écrire sous chaque carte selon son nom. Quand le spectateur additionne les nombres en question sur chaque ligne, chaque colonne, et chaque diagonale, il trouve à chaque fois le nombre qu'il avait choisi.

L'explication

Le nombre 34 est la somme magique que l'on obtient pour un carré composé des entiers de 1 à 16. Pour un nombre n supérieur à 34, on peut procéder ainsi :
• On calcule (n – 34), puis on divise ce nombre par 4 : on obtient un quotient q, et un reste entier r (inférieur strictement à 4) ;
• On attribue pour les carreaux les valeurs ($1+q$) au valet, ($2+q$) à la dame, ($3+q$) au roi et ($4+q$) à l'as ;
• On attribue pour les trèfles les valeurs ($5+q$) au valet, ($6+q$) à la dame, ($7+q$) au roi, ($8+q$) à l'as ;
• On attribue pour les cœurs les valeurs ($9+q$) au valet, ($10+q$) à la dame, ($11+q$) au roi, ($12+q$) à l'as ;
• On attribue pour les piques les valeurs ($13+q+r$) au valet, ($14+q+r$) à la dame, ($15+q+r$) au roi, ($16+q+r$) à l'as.

En partant du carré magique de somme 34, on augmente ses valeurs (initialement de 1 à 16) de la valeur « q » dans chaque case, mais de plus la constitution du carré de cartes ayant une fois exactement chaque famille par ligne, colonne ou diagonale permet d'intégrer sur une seule famille (par exemple « pique ») la correction supplémentaire de « r ».

Fiche 2 : Un autre carré

Matériel nécessaire : *jeu de 52 cartes, papier, ciseaux, ruban adhésif, « carton magique ».*
Public visé : *écoliers ou collégiens.*

Le déroulement du tour

12	15	18	20	21
13	16	19	21	22
15	18	21	23	24
16	19	22	24	25
18	21	24	26	27

Un carton magique de 5 × 5 = 25 nombres est proposé au spectateur.
Le magicien dit qu'il va faire une prédiction, qu'il écrit sur un bout de papier (il écrit 100). Le papier est plié et laissé sur la table. Le magicien propose au spectateur de placer cinq pions ou rondelles sur cinq cases de sa table magique en respectant la consigne suivante : il ne doit pas y avoir plus d'un pion par ligne, pas plus d'un pion par colonne, pas plus d'un pion sur chacune des deux grandes diagonales.
Quand le spectateur a fini, il doit additionner les cinq nombres sur lesquels il a mis les pions.
Par exemple : 16+15+21+26+22 = 100 (on a coloré les cinq cases choisies).
Le magicien déplie son papier et prouve qu'il avait deviné le total.
Comment a été fabriqué le carton de vingt-cinq nombres ?

L'explication

Prenons dix nombres différents dont la somme est 100.
Par exemple : 5+6+8+9+11+7+10+13+15+16 = 100.
Partageons-les en deux paquets de cinq nombres, l'un que l'on note sur une ligne horizontale, l'autre que l'on note sur une colonne verticale, pour remplir les 25 cases de leur table d'addition avec les 25 sommes obtenues.

+	7	10	13	15	16
5	12	15	18	20	21
6	13	16	19	21	22
8	15	18	21	23	24
9	16	19	22	24	25
11	18	21	24	26	27

12	15	18	20	21
13	16	19	21	22
15	18	21	23	24
16	19	22	24	25
18	21	24	26	27

Coupons maintenant les bords du haut et de la gauche pour garder seulement les vingt-cinq cases. On obtient l'objet magique avec lequel faire ce tour de magie !
Chacun des cinq nombres placés en respectant la consigne est la somme de deux des dix nombres de la table de départ. Le choix dans des lignes et colonnes différentes à chaque fois évite de reprendre les deux mêmes nombres parmi les dix, et oblige à prendre en tout les dix nombres de départ dont la somme est 100.

Fiche 3 : Calculs magiques

Matériel nécessaire : *papier, feutres de couleur*
Public visé : *écoliers ou collégiens.*

Le déroulement du tour

Poser la question suivante :

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

Comment trouver « en moins de deux » le total de ces nombres consécutifs ?

Puis montrer le dessin suivant et ajouter :

7										17
	8								16	
		9						15		
			10				14			
				11		13				
					12					

Et si les nombres sont écrits de cette façon dans ce quadrillage ?

L'explication

Ce tour illustre le calcul de la somme des termes d'une progression arithmétique. Il faut ajouter les premier et dernier termes, puis multiplier par le nombre de termes, et enfin diviser par 2. Mais ceci revient à prendre la moyenne des premier et dernier termes, et à la multiplier par le nombre de termes.
La disposition en V a l'avantage de faire voir de suite au magicien quel est le nombre du milieu (nombre qui est la moyenne des premier et dernier termes). Il reste à le multiplier par le nombre de cases du V.
Dans l'exemple des nombres de 7 à 17, le nombre du milieu est 12 et vous avez dessiné onze cases. Pour connaître la somme, vous n'avez qu'à calculer $12 \times 11 = 132$.

Fiche 4 : Le tour des trois cartons

Matériel de base : *papier, feutres de couleur, une dizaine de pages de journaux gratuits de petites annonces, ciseaux.*
Public visé : *collégiens.*
Matériel spécifique : *trois cartons*

Carton 1	
1	3
5	7

Carton 2	
2	3
6	7

Carton 3	
4	5
6	7

Le déroulement du tour

Le magicien demande à une personne de choisir un nombre de 0 à 7, et lui dit qu'il va deviner ce nombre.
Il propose le premier carton :
« *Le nombre est-il écrit dessus, oui ou non ?* »
Il continue avec le deuxième carton puis le troisième, en posant toujours la même question :
« *Le nombre choisi est-il écrit dessus ?* »

Comment le magicien réussit-il à dire alors quel était le nombre choisi ? Quelles mathématiques y a-t-il derrière la constitution des trois cartons ?

L'explication

- Si la réponse est « oui » pour le premier carton, le magicien retient le nombre 1, si la réponse est « non », il retient 0.
- Pour le deuxième carton, le « oui » rapporte 2, le « non » toujours 0.
- Pour le troisième, le « oui » rapporte 4 et le « non » 0.

Le total des trois nombres retenus est le nombre choisi.

Exemple :
Si on a répondu : « oui », « oui », « non » : $1 + 2 + 0 = 3$.
Si on a répondu : « non », « oui », « oui » : $0 + 2 + 4 = 6$.
Et ainsi de suite...

Pourquoi ce tour réussit-il ?
On peut décomposer tous les nombres de 0 à 7 en une somme de nombres pris parmi 1, 2 et 4, chacun d'eux figurant une fois au maximum. Chaque nombre de 0 à 7 se décompose ainsi d'une seule manière. Les sept décompositions sont différentes.

Extensions
On peut construire 4 cartons permettant de jouer avec les nombres de 0 à 15, 5 cartons avec ceux de de 0 à 31, 6 cartons de 0 à 63 et ainsi de suite...

Concept clé
Ce tour permet une initiation à la base deux si présente en informatique.